特定地点での他の地点の交通量の推定

The Estimation of Traffic Volume at another Spot by Measuring at Specific Spot

上　野　皓　司
Ueno, Koji

ABSTRACT

If measuring tools of traffic volume are set at specific spot on the road, the traffic volume at another spot must be estimated by the measuring of traffic volume at specific spot. For this estimation at first the distance, the average speed and the necessary time to arrive at this spot from anothe spot by car must be considered. This estimation is uncertain because there is a possibility that some cars are running on the way to this specific spot when the measuring at specifi spot will be finished. The probabilities of complete estimation at specific spot are examined considering time intervals of measuring and necessary running time between two spots.

他から進入することができない A と B 両地点を結ぶ一方通行の道路がある。A 地点に通過する車の数を測定する設備が設けられているとき[(1)]，一定距離 d の他の地点 B を t 時間内に通過した車の数を推定する方法を考える。この一定距

（1） 保原光雄，中原恒雄（1975)，第 2 章第 2 節には，①光電式，②赤外線式，③超音波式，④レーダ式，⑤ループ式，⑥電磁式，⑦踏み板式，⑧ゴムホース式，⑨水圧式，などの各種の車両感知器の性能や動作原理が説明されている。ここでは車の台数を分析対象にしているが，交通量を測定する単位として，①人，②物，③自動車などが採用され，人の移動の基本単位はパーソントリップ（PT ＝Person Trip)，物の単位は重量や個数，フレート（Freight)，自動車の単位はトラックや乗用車のビヒクルトリップ（Vehicle Trip）やすべての車種の容量を乗用車何台分かに換算した PCU（Passenger Car Unit)，船舶輸送のコンテナ数の単位は 8×8×20 フィートに換算した TEU（T E Unit)，などが使用される。これらについては森地茂・山形耕一編（1993)，第 3 章参照。福田正（1994)，第 3 章第 1 節には常時観測などの調査方法が説明されている。

離を走行するためには通常の状態ではτ時間を要する[(2)]。一定時間内tにA地点で測定されたB地点からの車は少なくともτ時間を要するAB間の距離を走行してきた車だけであり，測定が終了した時点にまだAB間の中間地点を走行している車については測定不可能である。このような状況のもとで時間tの間にB地点を通過するすべての車がA地点で測定されるという事象を$A(t)$，時間tの間にB地点をk台の車が通過するという事象を$B_k(t)$で表し，A地点で時間tの間にB地点を通過するすべての車を測定する確率を求める[(3)]。

1. A 地点での測定可能性

この問題を考える前提として次のような仮定を設ける。

《1》任意の時刻t_0からt_0+tまでの時間tの間にB地点を通過する車の数がk台である確率は，時刻t_0までにB地点を通過した車の数には依存しない。

《2》時間$(t_0,\ t_0+t)$のあいだにB地点を通過する車の数がkである確率$p_k(t)$は，ポアソン過程

（2）Wohl, Martin and Brian V. Martin 著，加藤晃，山根孟訳（1973），第11章4節には交通量・密度・速度の各国の研究の概観が，Tamura and Chisyaki（1987）には交通量の変化による速度や流れの集団の分布の研究が，Heidemann（1987）には交通密度により速度がどのように変わるかの理論的な研究が，巻上安爾・福本武明・荻野正（1988），第3章第1節には交通流の確率的性格や設計速度と設計交通量の関連などの説明が見られる。また越正毅・明神証（1983），第1章には交通量の季節・月・曜日・日・時間変動の一般な特徴や交通密度・交通量・速度の相互関係が，第3章第4節にはある車線上を走行する一連の車の流れの中で先頭の車の動きが後方の車の動きにどのように伝わってゆくかを明らかにし追突に対する安全条件を分析する追従理論（car following theory）が，簡潔に説明されている。一定速度で走行する1本の道路上の一連の車はこの追従理論で記述される車の流れに類似している。福田正（1994），第4章第4節には，速度分布や平均速度の測定方法が説明されている。

（3）ここでは1本の道路上での地点間交通量だけを問題にしているが，複数の経路が存在する一定地区間の全般的な交通量を推定対象にしようとすれば，観測地点の制約のもとでは，限られた測定資料による地区間の流れの全般的な推定が行われなければばならない。このような地区間推定の方法の一般的な手法が，巻上安爾・井上矩之・三星昭宏（1990），第6章に説明されている。地区間の，①発生・集中交通量，②分布交通量，③交通手段別交通量，④配分交通量，等の順に推定されるが，中心になる分布交通量の予測方法として，現在パターン法，重力モデル法，確率モデル法などが説明されている。

$$p_k(t)=\frac{(at)^k}{k!}e^{-at}$$

によって得られる。a は正の定数である。[(4)]

《3》 τ は定数である。

1−1. 走行所要時間より長い測定時間の場合

AB 地点の走行時間以上に長く測定すれば，すなわち $\tau \leqq t$ のときは，条件《1》と《2》によって，

$$P\{A(t+\Delta t)\}=P\{A(t)\}P\{B_0(\Delta t)\}$$
$$+P\{A(t-\tau)\}P\{B_0(\tau)\}P\{B_1(\Delta t)\}+o(\Delta t) \quad (1)$$

が成り立つ。(1) は，t 時間とその時間に追加した微小な時間 Δt との間に B 地点を通過した車の台数を A 地点ですべて測定することができる確率は，t 時間にすべて測定した確率 $P\{A(t)\}$ に追加した微小な時間 Δt の間に B 地点を通過し A 地点で測定可能な車が 1 台もない確率 $P\{B_0(\Delta t)\}$ を乗じた確率と，A と B の地点間の走行時間 τ を測定時間 t から引いた時間 $(t-\tau)$ 内に B 地点を通過した車をすべて測定することができる確率 $P\{A(t-\tau)\}$ に $(t-\tau)$ 後の時間 τ 内に B 地点を 1 台も車が通過しなかった確率 $P\{B_0(\tau)\}$ と t 時間後の追加した微小な時間 Δt の間に B 地点を 1 台車が通過した確率 $P\{B_1(\Delta t)\}$ を乗じた確率の和に等しい，ことを示している。

これは A 地点で測定した t 時間内の車の通過数の確率 $P\{A(t)\}$ には $(t-\tau)$ 時刻以後に B 地点を通過した車の数は入っていないために，$(t-\tau)$ 時点に A 地点で測定した確率 $A(t-\tau)$ とそれ以後の τ 時間内に B 地点を通過した車の数の確率 $P\{B_0(\tau)\}$ および追加時間 Δt 内に B 地点を通過した車の数の確率 $P\{B_1(\Delta t)\}$ を考慮しているためである。

条件《2》によってポアソン過程では追加した微小な時間 Δt の間に B 地点を

（4） 福田正（1994），第 4 章第 6 節にはある地点を通過する車の確率がポアソン分布やアーラン分布によって説明されている。

2台以上車が通過する可能性は非常に少なく，無視できる程度の微小な確率は $o(\Delta t)$ で表している。

1−2. 走行所要時間より短い測定時間の場合

AB 地点の走行時間より短い測定時間であれば，すなわち $0 \leqq t \leqq \tau$ のときは次の関連

$$P\{A(t+\Delta t)\} = P\{A(t)\}P\{B_0(\Delta t)\} + P\{B_0(t)\}P\{B_1(\Delta t)\} + o(\Delta t) \tag{2}$$

が成立する。(2) は，t 時間とその時間に追加した微小な時間 Δt との間に B 地点を通過した車の台数を A 地点ですべて測定することができる確率は，t 時間内にすべて測定した確率 $P\{A(t)\}$ に追加した微小な時間 Δt の間に B 地点を通過した車が1台もない確率 $P\{B_0(\Delta t)\}$ を乗じた確率と，時間 t 内に B 地点を1台も車が通過しなかった確率 $P\{B_0(t)\}$ と t 時間後の追加した微小な時間 Δt の間に B 地点を1台車が通過した確率 $P\{B_1(\Delta t)\}$ を乗じた確率の和に等しい，ことを示している。

通過に要する時間が測定時間より長いために，A 地点で測定を始めたときに B 地点を通過した車は A 地点での測定終了時間すなわち t 時間経過後にはまだ A と B の中間地点にあり A 地点で測定されるという可能性 $P\{A(t)\}$ は皆無にちかいが，その状態での確率 $P\{A(t)\}P\{B_0(\Delta t)\}$ と t 時間内に B 地点を通過する確率 $P\{B_0(t)\}$ と追加時間 Δt に B 地点を通過する確率 $P\{B_1(\Delta t)\}$ を乗じた値の合計が $P\{A(t+\Delta t)\}$ になる。

微小な時間 Δt の間に B 地点を2台以上車が通過する可能性は非常に少なく，無視できる程度の微小な確率を $o(\Delta t)$ で表している。

2. 推定式

$P\{A(t)\} = \pi(t)$ と表せば，条件〈2〉と条件〈3〉によって，$P\{B_0(\Delta t)\} = e^{-a\Delta t}$, $P\{B_0(t)\} = e^{-at}$, $P\{B_1(\Delta t)\} = e^{-a\Delta t}a\Delta t$, $P\{B_0(\tau)\} = e^{-a\tau}$ と表すこ

とができる。

2－1．走行所要時間より短い測定時間の推定式

$0 \leqq t \leqq \tau$ のときは，これらを（2）に代入すれば，

$$\pi(t+\Delta t)=\pi(t)e^{-a\Delta t}+e^{-at}e^{-a\Delta t}a\Delta t+o(\Delta t), \tag{3}$$

$\tau \leqq t$ のときは，これらを（1）に代入すれば，

$$\pi(t+\Delta t)=\pi(t)e^{-a\Delta t}+\pi(t-\tau)e^{-a\Delta t}a\Delta te^{-a\tau}+o(\Delta t) \tag{4}$$

である。

テイラー級数によって $e^{-a\Delta t}=(1-a\Delta t)$ であり[5]，微小な値 $o(\Delta t)$ を無視し，これらを（3）式に代入すれば，以下のように変形可能である。

$$\begin{aligned}\pi(t+\Delta t)&=\pi(t)e^{-a\Delta t}+e^{-at}e^{-a\Delta t}a\Delta t+o(\Delta t)\\&=e^{-a\Delta t}\{\pi(t)+e^{-at}a\Delta t\}\\&=(1-a\Delta t)\{\pi(t)+e^{-at}a\Delta t\}\\&=\pi(t)+e^{-at}a\Delta t-a\Delta t\pi(t)-e^{-at}(a\Delta t)^2\end{aligned}$$

であり，$\pi(t)$ を左辺に移項すれば，

$$\pi(t+\Delta t)-\pi(t)=e^{-at}a\Delta t-a\Delta t\pi(t)-e^{-at}(a\Delta t)^2$$

となる。両辺を Δt で割れば，

$$\frac{\pi(t+\Delta t)-\pi(t)}{\Delta t}=-a\pi(t)+ae^{-at}-e^{-at}a^2\Delta t$$

であり，ここで Δt を非常に小さくとれば，すなわち $\Delta t\to 0$ であれば，$0 \leqq t \leqq \tau$ のときは

$$d\pi(t)/dt=-a\pi(t)+ae^{-at} \tag{5}$$

が得られる。

（5）テイラー級数により

$$e^{-a\Delta t}=1-a\Delta t+(a\Delta)^2t^2/2-(a\Delta)^3t^3/6+\cdots$$

であり，右辺の（$1-a\Delta t$）のみで近似している。

2−2. 走行所要時間より長い測定時間の推定式

同様に $\tau \leqq t$ のときは,

$$\pi(t+\Delta t)=\pi(t)e^{-a\Delta t}+\pi(t-\tau)e^{-a\Delta t}a\Delta te^{-a\tau}+o(\Delta t) \tag{4}$$

は次のように変形可能である。微小な値 $o(\Delta t)$ を無視し, $e^{-a\Delta t}=(1-a\Delta t)$ を (4) に代入すれば,

$$\pi(t+\Delta t)=\pi(t)(1-a\Delta t)+\pi(t-\tau)(1-a\Delta t)a\Delta te^{-a\tau}$$

であり, この式を変形すれば,

$$\pi(t+\Delta t)-\pi(t)=-a\Delta t\pi(t)+\pi(t-\tau)(1-a\Delta t)a\Delta te^{-a\tau}$$

となる。両辺を Δt で割れば,

$$\frac{\pi(t+\Delta t)-\pi(t)}{\Delta t}=-a\pi(t)+\pi(t-\tau)ae^{-a\tau}-\pi(t-\tau)a^2\Delta te^{-a\tau}$$

であり, $\Delta t\to 0$ にとれば, $\tau \leqq t$ のときは

$$d\pi(t)/dt=-a\{\pi(t)-\pi(t-\tau)e^{-a\tau}\} \tag{6}$$

が得られる。

3. 推定式の解法

(5) 式は微分方程式であり, これを解くためにまず $\pi(t)=y(t)$, $-a=a(t)$, $ae^{-at}=b(t)$ と置けば, (5) は

$$dy(t)/dt=a(t)y(t)+b(t) \tag{7}$$

と表される。(5) 式の解は, 結果を先に示せば,

$$y(t)=\exp(\textstyle\int_0^t a(s)ds)[y_0+\int_0^t\exp\{-\int_0^t a(u)du\}b(s)ds] \tag{8}$$

である。(6)

3−1. 走行所要時間より短い測定時間の推定式の解

(8) に $y(t)=\pi(t)$, $a(t)=-a$, $b(t)=a\exp(-at)$ を代入すれば,

$$\begin{aligned}\pi(t)&=\exp(\textstyle\int_0^t -ads)[\pi_0+\int_0^t\exp\{-\int_0^t -adu\}a\exp(-at)ds]\\&=\exp(-at)[\pi_0+\textstyle\int_0^t\exp(at)a\exp(-at)ds]\end{aligned}$$

$$= \exp(-at)〔\pi_0 + \int_0^t ads〕$$

$$= \exp(-at)〔\pi_0 + at〕$$

となる。$\pi(t)$ の初期値が一定値 c_0 であれば，すなわち $\pi_0 = c_0$ であれば，(5) の解として

$$\pi(t) = e^{-at}(c_0 + at) \quad (0 \leqq t \leqq \tau) \tag{9}$$

が得られる。

$t = 0$ のときは A 地点ですべて測定される確率は1であり，$\pi(0) = 1$ となる。したがて $t = 0$ を (9) に代入すれば，$\pi(0) = c_0 = 1$ であり，$c_0 = 1$ を (9) に代入すれば，$0 \leqq t \leqq \tau$ のときは，

↙(6) (7) の解として (8) を得るために，まず同次式 $dy(t)/dt = a(t)y(t)$ を解く。この式を変形すれば，

$$\frac{1}{y(t)}dy(t) = a(t)dt$$

であり，両辺を積分すれば，$\log y(t) = \int a(t)dt + c_0$ を得ることができる。この解を一般的に表せば，$y(t) = C\exp(\int a(s)ds)$ であるが，(7) を解くために定数変化法を適用し，この同次式の解がまた非同次式 (7) の解であると考える。すなわち C を t の関数と考え $y(t) = C(t)\exp(\int a(s)ds)$ を (7) に代入し，$C(t)$ を定める。

まず $y(t) = C(t)\exp(\int a(s)ds)$ の両辺を微分し，

$$dy(t)/dt = (dC(t)/dt)\exp(\int a(s)ds) + C(t)a(t)\exp(\int a(s)ds) \tag{i}$$

を得る。(7) はまた $y(t) = C(t)\exp(\int a(s)ds)$ より，

$$dy(t)/dt = a(t)y(t) + b(t)$$
$$= a(t)C(t)\exp(\int a(s)ds) + b(t)$$

と表されることができるが，この値は (i) と等しいために，

$$a(t)C(t)\exp(\int a(s)ds) + b(t)$$
$$= (dC(t)/dt)\exp(\int a(s)ds) + C(t)a(t)\exp(\int a(s)ds)$$

であり，

$$b(t) = (dC(t)/dt)\exp(\int a(s)ds)$$

を得ることができる。これより，

$$(dC(t)/dt) = b(t)\exp(-\int a(s)ds) \tag{ii}$$

の関係が存在し，両辺を積分すれば

$$C(t) = \int b(s)\exp(-\int a(u)du)ds + A \tag{iii}$$

となり，$C(t)$ の値を得ることができる。この値を $y(t) = C(t)\exp(\int a(s)ds)$ に代入すれば，

$$y(t) = \exp(\int a(s)ds)〔A + \int\exp\{-\int a(u)du\}b(s)ds〕 \tag{iv}$$

となるが，積分定数は $y(0) = y_0 = A$ であるために，

$$y(t) = \exp(\int a(s)ds)〔y_0 + \int\exp\{-\int a(u)du\}b(s)ds〕 \tag{v}$$

となる。

$$\pi(t) = e^{-at}(1+at) \tag{10}$$

となる。

3－2. 走行所要時間より長い測定時間の推定式の解

$\tau \leqq t$ のときは，t の τ に対する大きさの割合によって各種に分類することができる。

3－2－1. τ≦t≦2τの場合

$\tau \leqq t \leqq 2\tau$ のときは，$0 \leqq (t-\tau) \leqq \tau$ である。t 時間ではなく $(t-\tau)$ 時間であれば，(10) 式は，

$$\pi(t-\tau) = e^{-a(t-\tau)}\{1+a(t-\tau)\} \tag{11}$$

であり，(11) を (6) の右辺の $\pi(t-\tau)$ へ代入すれば，

$$\begin{aligned} d\pi(t)/dt &= -a[\pi(t)-\{e^{-a(t-\tau)}\{1+a(t-\tau)\}\}e^{-a\tau}] \\ &= -a[\pi(t)-e^{-a(t-\tau)}\{1+a(t-\tau)\}e^{-a\tau}] \\ &= -a[\pi(t)-e^{-at}\{1+a(t-\tau)\}] \end{aligned} \tag{12}$$

となる。(12) から $\tau \leqq t \leqq 2\tau$ の確率を求めることができる。(12) の解は

$$\pi(t) = e^{-at}\{c_1+at+\frac{a^2(t-\tau)^2}{2}\} \tag{13}$$

である。[7]

定数 c_1 は，$t=\tau$ のときは A 地点ですべて測定される確率は1であり，$\pi(\tau)=1$ となる。したがって $t=\tau$ を (9) に代入すれば，

$$\pi(\tau) = e^{-a\tau}(c_1+a\tau) \tag{14}$$

であり，$\tau=0$ であれば，$\pi(0)=c_1$ であるが，上記より $\pi(0)=1$ であり，これより $\pi(0)=c_1=1$ である。したがって $\tau \leqq t \leqq 2\tau$ のときは

$$\pi(t) = e^{-at}\{1+at+\frac{a^2(t-\tau)^2}{2}\} \tag{15}$$

となる。

3−2−2. 2τ ≦t≦3τ の場合

$2\tau \leqq t \leqq 3\tau$ のときは，$0 \leqq (t-2\tau) \leqq \tau$ である。(15) で t 時間の代わりに $(t-\tau)$ 時間をとれば，(15) 式は，

$$\pi(t-\tau) = e^{-a(t-\tau)}\{1+a(t-\tau)+\frac{a^2(t-2\tau)^2}{2}\} \tag{16}$$

となる。ここで $\pi(T) = \pi(t-\tau)$ と置けば，(16) 式は

$$\pi(T) = e^{-aT}\{1+a(T)+\frac{a^2(T-\tau)^2}{2}\} \tag{17}$$

となる。ここで T の代わりに $(T-\tau)$ を (17) でとれば，

$$\pi(T-\tau) = e^{-a(T-\tau)}\{1+a(T-\tau)+\frac{a^2(T-2\tau)^2}{2}\} \tag{18}$$

であり，この式 (18) を (6) の t を T で置き換えた式

$$d\pi(T)/dt = -a\{\pi(T)-\pi(T-\tau)e^{-a\tau}\} \tag{19}$$

の右辺の $\pi(T-\tau)$ へ代入すれば，

$$d\pi(T)/dt = -a\{\pi(T)-\pi(T-\tau)e^{-a\tau}\}$$
$$= -a\pi(T)+ae^{-a\tau}e^{-a(T-\tau)}\{1+a(T-\tau)+\frac{a^2(T-2\tau)^2}{2!}\}$$

↙(7) (12) 式

$$d\pi(t)/dt = -a[\pi(t)-e^{-at}\{1+a(t-\tau)\}]$$

の解は，上記の (7) 式

$$dy(t)/dt = a(t)y(t)+b(t)$$

で，$y(t) = \pi(t)$，$a(t) = -a$，$b(t) = ae^{-at}\{1+a(t-\tau)\}$ を上記の (8) 式

$$y(t) = \exp(\int_0^t a(s)ds)[y_0+\int_0^t \exp\{-\int_0^t a(u)du\}b(s)ds]$$

に代入すれば得られる。これらを代入すれば，

$$\pi(t) = \exp(\int_0^t -ads)[\pi_0+\int_0^t \exp\{-\int_0^t -adu\}a\exp(-at)\{1+a(t-\tau)\}ds]$$
$$= \exp(-at)[\pi_0+\int_0^t \exp\{at\}a\exp(-at)\{1+a(t-\tau)\}ds]$$
$$= \exp(-at)[\pi_0+\int_0^t a\{1+a(t-\tau)\}ds]$$

であり，π_0 が定数 c_1 であれば，

$$\pi(t) = e^{-at}\{c_1+at+\frac{a^2(t-\tau)^2}{2}\}$$

となる。

$$= -a\pi(T) + ae^{-aT}\{1 + a(T-\tau) + \frac{a^2(T-2\tau)^2}{2}\} \quad (20)$$

が得られる。この微分方程式を解けば，$2\tau \leqq t \leqq 3\tau$ のときの解は

$$\pi(T) = e^{-at}[c_2 + at + \frac{a^2(t-\tau)^2}{2} + \frac{a^3(t-2\tau)^3}{6}] \quad (21)$$

となる。[8]

定数 c_2 は，$t=2\tau$ のときは A 地点ですべて測定される確率は 1 であり，$\pi(2\tau)=1$ となる。したがて $t=2\tau$ を（9）に代入すれば，

$$\pi(2\tau) = e^{-2a\tau}(c_2 + 2a\tau)$$

であり，$2\tau=0$ であれば，$\pi(0)=c_2$ であるが，上記より $\pi(0)=1$ であり，これより $\pi(0)=c_2=1$ である。したがって $2\tau \leqq t \leqq 3\tau$ のときは

$$\pi(T) = e^{-at}[1 + at + \frac{a^2(t-\tau)^2}{2} + \frac{a^3(t-2\tau)^3}{6}] \quad (22)$$

となる。

（8）(20) 式

$$d\pi(T)/dt = -a\pi(T) + ae^{-aT}\{1 + a(T-\tau) + \frac{a^2(T-2\tau)^2}{2!}\}$$

の解は，上記の（7）式

$$dy(t)/dt = a(t)y(t) + b(t)$$

で，$y(t)=\pi(T)$，$a(t)=-a$，$b(t)=ae^{-aT}\{1+a(T-\tau)+\frac{a^2(T-2\tau)^2}{2!}\}$

を上記の（8）式

$$y(t) = \exp(\int_0^t a(s)ds)[y_0 + \int_0^t \exp\{-\int_0^t a(u)du\}b(s)ds]$$

に代入すれば得られる。これらを代入すれば，

$$\pi(T) = \exp(\int_0^T -ads)[\pi_0 + \int_0^T \exp\{-\int_0^T -adu\}a\exp(-aT)\{1+a(T-\tau) + \frac{a^2(T-2\tau)^2}{2}\}ds]$$

$$= \exp(-aT)[\pi_0 + \int_0^T a\{1+a(T-\tau)+\frac{a^2(T-2\tau)^2}{2}\}ds]$$

$$= e^{-at}[\pi_0 + at + \frac{a^2(t-\tau)^2}{2} + \frac{a^3(t-2\tau)^3}{6}]$$

である。π_0 が定数 c_2 であれば，解は

$$\pi(T) = e^{-at}[c_2 + at + \frac{a^2(t-\tau)^2}{2} + \frac{a^3(t-2\tau)^3}{6}]$$

となる。

3−2−3. (n−1) τ ≦t≦n τ の場合

t が τ の一般的な倍数の範囲内であるとき，例えば $(n-1)\tau \leqq t \leqq n\tau$ のときは，$\tau \leqq t \leqq 2\tau$ と $2\tau \leqq t \leqq 3\tau$ の解を比較し，n を 4 以上の整数値として解いてゆけば得られる。この解は

$$\pi(t)=e^{-at}\left[c+\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{a^k\{t-(k-1)\tau\}^k}{k!}\right\}\right] \tag{23}$$

である。

4. A 地点での測定確率の計算

上記の推定式によって一定時間内に B 地点を通過する車の測定確率が計算されるが，以下では B 地点を実際に通過する確率の例をポアソン過程によって求め，次に推定式による A 地点での測定可能性を定数の例によって計算する。

4−1. ポアソン過程

時間 $(t_0,\ t_0+t)$ のあいだに B 地点を通過する車の数が k である確率 $p_k(t)$ は，ポアソン過程

$$p_k(t)=\frac{(at)^k}{k!}e^{-at}$$

によって得られると想定している。a は正の定数である。a が 0.1，0.2，0.5，1.0，k が 1 と 2 であるとき，B 地点を通過する車の数が k である確率は，次のように計算される。

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
（a＝0.1 ,　k＝１）										
$p_1(t)$	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679
（a＝0.1,　k＝２）										
$p_2(t)$	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839
（a＝0.2,　k＝１）										
$p_1(t)$	0.1637	0.2681	0.3293	0.3595	0.3679	0.3614	0.3452	0.3230	0.2975	0.2707
（a＝0.2,　k＝２）										
$p_2(t)$	0.0164	0.0536	0.0988	0.1438	0.1839	0.2169	0.2417	0.2584	0.2678	0.2707
（a＝0.5,　k＝１）										
$p_1(t)$	0.3033	0.3679	0.3347	0.2707	0.2052	0.1494	0.1057	0.0733	0.0500	0.0337
（a＝0.5,　k＝２）										
$p_2(t)$	0.0758	0.1839	0.2510	0.2707	0.2565	0.2240	0.1850	0.1465	0.1125	0.0842
（a＝1.0,　k＝１）										
$p_1(t)$	0.3679	0.2707	0.1494	0.0733	0.0337	0.0149	0.0064	0.0027	0.0011	0.0005
（a＝1.0,　k＝２）										
$p_2(t)$	0.1839	0.2707	0.2240	0.1465	0.0842	0.0446	0.0223	0.0107	0.0050	0.0023

4－2. 0≦t≦τのときの測定確率

A 地点での推定可能性は，$0\leqq t\leqq\tau$ のときは，

$$\pi(t)=e^{-at}(1+at) \tag{10}$$

であるが，以下では $\tau=5.0$ を想定し，t を１から15の整数で計算する。したがって $0\leqq t\leqq\tau$ のときは，$0\leqq t\leqq 5$ であり，$t=1, 2, 3, 4, 5$ の各時点で，正の定数 a が0.1，0.2，0.5，1.0であるときの値を計算すれば以下のようになる。

t	1	2	3	4	5
$a=0.1,\ \pi(t)$	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098
$a=0.2,\ \pi(t)$	0.9825	0.9384	0.8781	0.8088	0.7358
$a=0.5,\ \pi(t)$	0.9098	0.7358	0.5578	0.4060	0.2873
$a=1.0,\ \pi(t)$	0.7358	0.4060	0.1991	0.0916	0.0404

4−3. τ ≦t≦2 τ のときの測定確率

測定時間が $\tau \leqq t \leqq 2\tau$ のときは

$$\pi(t) = e^{-at}\{1+at+\frac{a^2(t-\tau)^2}{2}\} \tag{15}$$

であるが，$\tau \leqq t \leqq 2\tau$ は $5 \leqq t \leqq 10$ であり，$t=5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$ の各時点で，正の定数 a が 0.1，0.2，0.5，1.0 のときの値を計算すれば以下のようになる。

t		5	6	7	8	9	10
（$a=0.1,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.9098	0.8808	0.8541	0.8290	0.8050	0.7817
（$a=0.2,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.7358	0.6687	0.6116	0.5613	0.5157	0.4737
（$a=0.5,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.2873	0.2054	0.1510	0.1122	0.0833	0.0615
（$a=1.0,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.0404	0.0186	0.0091	0.0045	0.0022	0.0011

4−4. 2 τ ≦t≦3 τ のときの測定確率

測定時間が $2\tau \leqq t \leqq 3\tau$ のときは

$$\pi(t) = e^{-at}\left[1+at+\frac{a^2(t-\tau)^2}{2}+\frac{a^3(t-2\tau)^3}{6}\right] \tag{22}$$

であるが，$2\tau \leqq t \leqq 3\tau$ は $10 \leqq t \leqq 15$ であり，$t=10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15$ の各時点で，正の定数 a が 0.1，0.2，0.5，1.0 のときの値を計算すれば以下のようになる。

t		10	11	12	13	14	15
（$a=0.1,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.7817	0.7590	0.7368	0.7153	0.6943	0.6740
（$a=0.2,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.4737	0.4345	0.3983	0.3651	0.3348	0.3070
（$a=0.5,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.0615	0.0450	0.0329	0.0241	0.0177	0.0131
（$a=1.0,\ \tau=5.0$）	$\pi(t)$	0.0011	0.0005	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000

参考文献

福田正,『交通工学』, 朝倉書店, 1994 年。

Heidemann, Dirk, “A Theoretical Model to Calculate Speed Distribution as a Function of Density”, included in Nathan H. Gartner and Nigel H. M. Wilson Eds. Transportation and Traffic Theory, Elsevier, 1987.

保原光雄・中原恒雄,『トラフィック制御』, コロナ社, 1975 年。

越正毅・明神証『道路（1）－交通流－』, 土木学会編「新体系土木工学」61, 技報堂出版, 1983 年。

巻上安爾・福本武明・荻野正,『道路工学』, 理工図書, 1988 年。

巻上安爾・井上矩之・三星昭宏,『交通工学』, 理工図書, 1990 年。

森地茂・山形耕一編『交通計画』, 土木学会編「新体系土木工学」60, 技報堂出版, 1993 年。

Tamura, Youichi and Takeshi Chisyaki, “Modeling and Study of Speed and Bunch Distribution Considering Fluctuations of Traffic Flow”, included in Nathan H. Gartner and Nigel H. M. Wilson Eds. Transportation and Traffic Theory, Elsevier, 1987.

Wohl, Martin and Brian V. Martin 著, 加藤晃・山根孟訳,『交通工学〔下〕』, 鹿島出版会, 1973 年。